

Tables de vérité des connecteurs

p	$\neg p$	p	q	$p \wedge q$	p	q	$p \vee q$	p	q	$p \rightarrow q$
V	F	V	V	V	V	V	V	V	V	V
V	F	V	F	F	V	F	V	V	F	F
F	V	F	V	F	F	V	V	F	V	V
F	V	F	F	F	F	F	F	F	F	V

Construction d'une table de vérité.

1. pour n propositions atomiques, 2^n lignes (2 pour une 2 propositions, 4 pour 3, 8 pour 4).
2. commencer par évaluer les sous-formules les plus au fond des parenthèses.

Tables pour les tautologies. ϕ est une tautologie si sa table contient uniquement des V.

Tables pour les arguments valides. $\phi, \psi \models \chi$ si et seulement si il n'y a pas de ligne où ϕ et ψ sont vrais et χ est faux.

Règles de construction des arbres

Négation
$$\begin{array}{l} V : \neg\phi \\ | \\ F : \phi \end{array}$$

$$\begin{array}{l} F : \neg\phi \\ | \\ V : \phi \end{array}$$

Conjonction
$$\begin{array}{l} V : \phi \wedge \psi \\ | \\ V : \phi \\ V : \psi \end{array}$$

$$\begin{array}{l} F : \phi \wedge \psi \\ / \quad \backslash \\ F : \phi \quad F : \psi \end{array}$$

Disjonction
$$\begin{array}{l} V : \phi \vee \psi \\ / \quad \backslash \\ V : \phi \quad V : \psi \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 F : \phi \vee \psi \\
 | \\
 F : \phi \\
 F : \psi
 \end{array}$$

Implication

$$\begin{array}{c}
 V : \phi \rightarrow \psi \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 F : \phi \quad V : \psi
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 F : \phi \rightarrow \psi \\
 | \\
 V : \phi \\
 F : \psi
 \end{array}$$

Méthode de construction des arbres

1. Chaque formule ou sous-formule complexe doit être développée *une fois*, et elle ne doit l'être *qu'une seule fois*. On indique généralement une supposition qui a été traitée par un \surd . Lorsque toutes les formules complexes ont été développées, l'arbre est achevé.
2. Lorsqu'on développe une formule, *on doit appliquer le résultat à toutes les branches qui sont en-dessous*, et seulement à celles-ci.
3. Chaque possibilité est décrite par les valeurs des propositions atomiques sur une branche *entière* de l'arbre, *de l'extrémité à la racine*.
4. Si une branche contient une contradiction ($V : \phi$ et $F : \phi$), alors elle ne décrit pas de situation possible, et on dit qu'elle est *fermée*. On le note par un \times . Sinon, elle est ouverte, et on le note par un \surd . Lorsque toutes les branches de l'arbre sont fermées, il est impossible de réaliser les suppositions initiales, et on dit que l'arbre est fermé.

Maximes pour réduire la taille des arbres :

1. Lorsqu'on a le choix, développer d'abord les suppositions qui n'ouvrent pas deux branches.
2. Dès qu'une contradiction est apparue dans une branche, on peut la fermer (\times) et cesser de la développer. En effet, toutes les branches qui en seront issues contiendront elles-mêmes cette contradiction, et seront fermées.

Arbres pour les tautologies ϕ est une tautologie si l'arbre de la supposition $F : \phi$ est fermé.

Arbres pour les arguments valides $\phi, \psi \models \chi$ si et seulement si l'arbre des suppositions $V : \phi, V : \psi$ et $F : \chi$ est fermé.