Les *Elements* d'Euclide, extraits du livre I

Euclide d'Alexandrie, Les Eléments, Livre I, trad. B.Vitrac, PUF, Bibliothèque d'histoire des sciences, 1990.

Définitions

1. Un point est ce dont il n'y a aucune partie
2. Une ligne est une longueur sans largeur
3. Les limites d'une ligne sont des points
4. Une ligne droite est celle qui est placée de manière égale par rapport aux points qui sont sur elle

(…)

23. Des droites parallèles sont celles qui étant dans le même plan et indéfiniment prolongées de part et d'autre, ne se rencontrent pas, ni d'un côté, ni de l'autre

Demandes [ou postulats]

1. Qu'il soit demandé de mener une ligne droite de tout point à tout point
2. Et de prolonger continûment en ligne droite une ligne droite limitée.
3. Et de décrire un cercle à partir de tout centre et au moyen de tout intervalle.
4. Et que tous les angles droits soient égaux entre eux.
5. Et que, si une droite tombant sur deux droites fait les angles intérieurs et du même côté plus petits que deux droits, les deux droites, indéfiniment prolongées, se rencontrent du côté où sont les angles plus petits que deux droits.

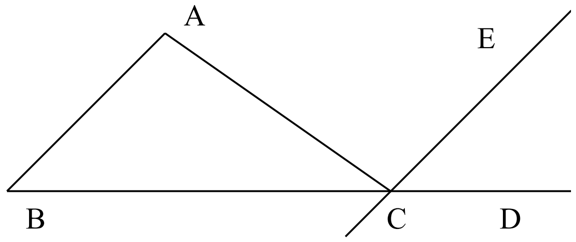
Notions communes [ou axiomes]

1. Les choses égales à une même chose sont égales entre elles.
2. Et si, à des choses égales, des choses égales sont ajoutées, les touts sont égaux.
3. Et si, à partir de choses égales, des choses égales sont retranchées, les restes sont égaux.
4. Et si, à des choses inégales, des choses égales sont ajoutées, les touts sont inégaux.
5. Et les doubles du même sont égaux entre eux.
6. Et les moitiés du même sont égales entre elles.
7. Et les choses qui s'ajustent les unes sur les autres sont égales entre elles.
8. Et le tout est plus grand que la partie.
9. Et deux droites ne contiennent pas une aire.

[…]

Proposition 32

Dans tout triangle, un des côtés étant prolongé, l'angle extérieur est égal aux deux angles intérieurs et opposés, et les trois angles intérieurs du triangle sont égaux à deux droits.



Soit le triangle ABC, et qu'un de ses côtés, BC, soit prolongé au-delà jusqu'en D. Je dis que l'angle extérieur, celui sous ACD, est égal aux deux angles intérieurs et opposés, ceux sous CAB, ABC, et que les trois angles intérieurs du triangle, ceux sous ABC, BCA, CAB sont égaux à deux droits.

En effet, que par le point C, soit menée CE parallèle à la droite AB (Prop. 31).

Puisque AB est parallèle à CE et que AC tombe sur elles, les angles alternes, ceux sous BAC, ACE sont égaux entre eux. Ensuite, puisque AB est parallèle à CE et que la droite BD tombe sur elles, l'angle extérieur, celui sous ECD, est égale à celui sous ABC, intérieur et opposé (Prop.29). Et il a été aussi démontré que celui sous ACE est égal à celui sous BAC. L'angle tout entier sous ACD est donc égal aux deux angles intérieurs et opposés, ceux sous BAC, ABC (N.C.2).

Que soit ajouté de part et d'autre celui sous ACB. Ceux sous ACD, ACB sont donc égaux aux trois sus ABC, BCA, CAB. Mais ceux sous ACD, ACB sont égaux à deux droits (Prop.13) ; donc ceux sous ABC, BCA, CAB sont aussi égaux à deux droits (N.C.1).

Donc, dans tout triangle, un des côtés étant prolongé, l'angle extérieur est égal aux deux angles intérieurs et opposés, et les trois angles intérieurs du triangle sont égaux à deux droits. Ce qu'il fallait démontrer.