

Induction: corrigés

Résumé du cours précédent

Contre-exemple et contre-argument.

Revision de la validité déductive.

Points abordés en cours

- Contre-exemples dans le cas d'arguments utilisant des propositions universelles («Tous les chats sont gris»).
- Condition nécessaire et condition suffisante. Liens de ces notions avec les conditionnelles.

Condition suffisante et nécessaire

On parle souvent, en philosophie, de conditions nécessaires et/ou suffisantes. (Ou du moins, on devrait, car très souvent cela permet de clarifier les affirmations que l'on fait.) Ce n'est pas la même chose de dire :

- il est nécessaire d'agir de façon désintéressée pour agir de façon moralement bonne.

Que de dire :

- il suffit d'agir de façon désintéressée pour agir de façon moralement bonne.

Ni que de dire :

- il faut et il suffit d'agir de façon désintéressée pour agir de façon moralement bonne.

Les affirmations de conditions nécessaires et suffisantes sont directement synonymes de conditionnelles :

A condition suffisante de B = "si A, alors B" = $A \rightarrow B$

A condition nécessaire de B = "si B, alors A" = $B \rightarrow A$

Exemples :

« Il est suffisant d'ouvrir le robinet pour que l'eau coule. » = « Si le robinet est ouvert, alors l'eau coule. »

« Il est nécessaire que les canalisations soient en état pour que l'eau coule » = « Si l'eau coule, alors les canalisations sont en état ».

D'autres formulations des mêmes notions existent. Entraînez-vous à les convertir en conditionnelles « si... alors... ». Cf. exercices. (Par exemple : « L'eau coule seulement si les canalisations sont en état » = « Si les canalisations sont en état, alors l'eau coule »).

Le sens des conditionnelles. Les affirmations que A est condition suffisante/nécessaire de B, qui sont des conditionnelles. Or il faut bien noter que *tout ce que disent les conditionnelles, c'est*: «*Si tu as l'antécédent, tu as le conséquent*». (Une autre formulation, imprécise, peut aider temporairement: «A chaque fois que tu as A, tu as B»). D'où:

- A est condition suffisante de B = si tu as A, alors tu as B. «Il suffit qu'il y ait du bruit pour que je me réveille» = S'il y a du bruit, je me réveille. *L'affirmation ne dit rien de plus*: elle ne dit pas que si l'on n'a pas A, on n'a pas B. Elle ne dit pas non plus que A est avant B dans le temps. (Exemples: (1) Supposons qu'il suffit qu'il y ait du bruit pour que je me réveille. Cela n'implique pas qu'il suffit qu'il n'y ait pas de bruit pour que je ne me réveille pas. Par ex, je peux être réveillé par des gouttes d'eau reçues sur le visage. (2) Il est vrai qu'il suffit que j'ai faim pour que je n'ai pas mangé, même si le fait d'avoir faim est postérieur au fait de manger. Cela tout simplement parce que, si j'ai mangé, je n'ai pas plus faim; d'où il suit que si j'ai faim, alors je n'ai pas mangé.)

- A est une condition nécessaire de B = si tu as B, alors tu as A. «Il faut qu'il y ait du bruit pour que je me réveille» = Si je me réveille, [c'est que] il y a du bruit. *L'affirmation ne dit rien de plus*: elle ne dit pas qu'il *suffit* d'avoir A pour avoir B. On peut avoir A, et ne pas avoir B. (Ex, il y a du bruit mais je ne me réveille quand même pas). Pas de précédence temporelle non plus (cf. plus bas, les causes sont conditions nécessaires des effets...)

Une formulation courante des conditions nécessaires est « seulement si ». On distingue ainsi « l'eau coule si le robinet est ouvert », qui dit : « que le robinet soit ouvert est une condition suffisante pour que l'eau coule. » et « l'eau coule seulement si le robinet est ouvert », qui dit : « que le robinet soit ouvert est une condition nécessaire pour que l'eau coule ». *Attention* : dans les formulations « A si B » et « A seulement si B », les conditions sont *après* ce dont elles sont conditions (B est la condition, dans ces deux formulations). Dans « Si B, alors A », la condition est avant. Cela ne doit pas surprendre : « Si B, alors A » et « A si B » sont synonymes. Lorsqu'une condition est *nécessaire et suffisante*, on peut donc utiliser « si et seulement si ». (Pour vous entraîner, reformulez les trois affirmations à propos de la morale du début de cette section, en termes de « si » et « seulement si ».)

Les notions de condition suffisante et de condition nécessaire sont *interdéfinissables* : vu les définitions ci-dessus, il est facile de voir que *si A est condition suffisante de B, alors B est condition nécessaire de A, et inversement*. Cette idée peut créer de la confusion au début. Les exercices de reformulations permettent de s'entraîner.

Les *causes* sont des conditions suffisantes de leurs effets. Par exemple, supposons que le jet d'une brique par Pierre, dans la vitre, cause la rupture de la vitre. Alors il est vrai que « Si Pierre jette une brique dans la vitre, alors la vitre est cassée ». Ce qui est synonyme de : « Il suffit que Pierre jette une brique dans la vitre, pour que la vitre soit cassée. »

Attention, cela ne signifie pas que toutes les conditions suffisantes sont des causes ; donc la notion de cause n'est pas réductible à celle de condition suffisante. Exemple : supposons que la porte du 134 rue Machin était fermée à clef hier matin, qu'il n'y a qu'une clef qui ouvre cette porte, que Pierre possède cette clef. Dans cette situation, il est clair que « si la porte est ouverte, alors Pierre l'a ouverte » est vrai. (On suppose que Pierre n'a pas pu perdre ou se faire voler la clef.) Mais cela signifie que « il suffit que la porte soit ouverte pour que Pierre l'ait ouverte ». Or il est tout aussi clair que le fait que la porte soit ouverte n'est pas cause de son ouverture par Pierre !

Toutes les conditions suffisantes ne sont donc pas des causes. Mais cela n'empêche pas que toutes les causes sont des causes suffisantes – dans l'exemple de Pierre, il est également vrai qu'il suffit que Pierre ouvre la porte (cause) pour que la porte soit ouverte (effet). Or par l'interdéfinissabilité donnée plus haut : si les causes sont des conditions suffisantes, *les effets sont des conditions nécessaires de leur causes*. Cela est beaucoup moins évident à première vue. Par exemple : « pour que la brique soit jetée dans la vitre, il faut que la vitre soit cassée » est vrai. En effet, si la brique est jetée dans la vitre, alors la vitre est cassée. Par définition de « condition nécessaire » (remplacer B par la « brique est jetée » et A par la « vitre est cassée » dans le schéma ci-dessus), il suit que « le fait que la vitre soit cassée est une condition nécessaire du fait que la vitre soit jetée ».

La raison pour laquelle nous trouvons étrange qu'une affirmation comme « pour que la brique soit jetée dans la vitre, il faut que la vitre soit cassée » soit vraie, est que *nous pensons que les conditions nécessaires sont toujours des événements antérieurs à ce dont elles sont condition*. Et même il me semble que nous sommes tentés de penser que les « conditions » sont toujours temporellement antérieures à ce dont elles sont conditions. Ce n'est pas le cas. (Elles ne sont pas « logiquement » antérieures non plus. Tout simplement parce que si *p* est une condition nécessaire de *q*, alors *q* est une condition nécessaire de *p* : il n'y a aucun sens de dire que *p* est « logiquement antérieur » à *q* ou que *q* est « logiquement antérieur » à *p*.)

Dire que A est condition *suffisante* de B, c'est dire que *si on a A, on a B*. Dire que A est une condition *nécessaire* de B c'est dire que *si on a B, on a A*. En conséquence, dire que A est une condition *nécessaire et suffisante* de B, cela revient à dire que quand on a A, on a B, et quand on a

B, on A. (Si A alors B et si B alors A). Il en résulte que les deux affirmations sont vraies en même temps, ou fausses en même temps, mais qu'il est impossible que l'une soit vraie et l'autre fausse. On peut voir cela sur une table de vérité, en prenant l'exemple suivant : « le fait que le robinet soit ouvert est une condition nécessaire et suffisante du fait que l'eau coule ».

Le robinet est ouvert	L'eau coule	Si le robinet est ouvert, alors l'eau coule. = que le robinet soit ouvert <i>suffit</i> pour que l'eau coule.	Si l'eau coule, alors le robinet est ouvert. = que le robinet soit ouvert <i>est nécessaire</i> pour que l'eau coule.	L'eau coule si et seulement si le robinet est ouvert. = que le robinet est ouvert <i>suffit</i> , et est <i>nécessaire</i> , pour que l'eau coule.
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	V	F	F
F	F	V	V	V

Colonnes 3 et 4 : les valeurs découlent simplement de la table de « Si... alors... ».

Colonne 5 : l'énoncé est la conjonction logique de l'énoncé de la colonne 3 et de l'énoncé de la colonne 4. Il est donc vrai quand on a V dans les deux colonnes 3 et 4, faux sinon.

Ce que dit le tableau, c'est que le dernier énoncé : « L'eau coule si et seulement si le robinet est ouvert. » n'est vrai que lorsque « l'eau coule » et « le robinet est ouvert » sont tous deux vrais (ligne 1), ou tous deux faux (ligne 4), mais pas dans les autres situations. Affirmer cet énoncé, c'est donc affirmer que nous sommes dans l'une de ces deux situations.

Remarque: conditions nécessaires et suffisantes et définitions

L'idée de condition nécessaire et suffisante est utile pour comprendre **ce qu'est une définition**. En effet, *quelque chose ne peut être une définition que si elle est au moins une condition nécessaire et suffisante de ce qu'elle définit*. Autrement dit, soit T le terme à définir, et Def sa définition. Alors il faut que :

(ADM) Pour tout x , x est T si et seulement si x est Def.

(Pour tout x , x est Def est une condition suffisante et nécessaire pour que x soit un T.)

J'appelle ce principe ADM pour *adéquation définitionnelle minimale* : c'est la condition minimale qu'une définition doit remplir pour être une définition.

Supposons qu'on essaie de définir « être un chien » par « être un animal domestique qui aboie ». Ce que (ADM) dit est qu'il faut que :

Pour tout x , x est un chien si et seulement si x est un animal domestique qui aboie.

On peut développer ça en deux affirmations :

- 1) *La définition est une condition nécessaire du défini*. Si x est un chien, alors x est un animal domestique qui aboie.
- 2) *La définition est une condition suffisante du défini*. Si x est un animal domestique qui aboie, alors x est un chien.

A partir de là, on peut voir aisément que la définition est fautive. En effet, 1) n'est pas vrai : certains chiens n'aboient pas (suite à une maladie). Certains chiens ne sont pas domestiques. 2) n'est pas vrai non plus : les loups sont des animaux, aboient, et certains loups sont domestiqués. Il y a donc des animaux domestiques qui aboient et qui ne sont pas des chiens.

(ADM) n'est qu'une condition minimale pour qu'une définition supposée soit une vraie définition.

En effet, il est facile de respecter (ADM), avec des définitions comme celle-ci :

Un chien est un chien.

On peut rajouter une autre condition : *la non-circularité* (NC). Pour que Def est une définition de T, il ne faut pas que Def contienne T, le terme à définir. (Il faudrait raffiner, mais laissons cela ici.)

Il n'est pas sûr que (ADM) + (NC) disent ce qu'est une définition. On peut douter en effet que cela suffise. Par exemple, supposons que « est un animal capable de rire » est une condition nécessaire et suffisante pour être un homme. (Si x est un homme, alors x est capable de rire, et si x est capable de rire, alors x est un homme.) La définition proposée ne semble pas circulaire. Aurait-on pourtant véritablement une *définition* de « homme » ? On a l'impression que non ; tout ce qu'on a, c'est un *critère* qui nous permet de distinguer les hommes des non-hommes.

Pourtant, *il est déjà très difficile, en général, de satisfaire (ADM) et (NC)*. Quand vous proposez des définitions en philosophie, essayez d'examiner les versants « condition nécessaire » et « condition suffisante ». En réfléchissant bien, vous vous apercevrez presque toujours qu'il y a des contre-exemples à votre définition (des choses qui rentrent dans la définition, mais pas dans le terme principal, et inversement). Cela vaut également pour beaucoup de définitions proposées par les grands philosophes.

Exercice 4.1.

Dites si les arguments inductifs ci-dessous sont forts ou faibles. Lorsqu'ils sont faibles, ajoutez une ou deux prémisses qui les rendent inductivement forts, mais sans les rendre valides. Lorsqu'ils sont forts, ajoutez une ou deux prémisses qui les rendent inductivement faibles, mais sans que les prémisses entraînent la fausseté de la conclusion.

1. Les petits enfants sont souvent bavards. Pierre est un petit enfant. Donc, Pierre est bavard.

Fort. Une prémisses supplémentaire qui le rendrait faible: Pierre est silencieux.

2. En général, les étudiants ne font pas de politique. Les gens qui ne font pas de politique manifestent rarement. Donc, les étudiants manifestent rarement.

Fort. (La première prémisses équivaut à : la plupart des étudiants ne font pas de politique). Prémisses supp. qui le rendrait faible: Les étudiants adorent manifester.

3. Le restaurant ne sert pas souvent du poisson. Fred a mangé au restaurant. Donc, Fred n'a pas mangé de poisson.

Fort. P: Fred prend souvent du poisson au restaurant.

4. La gauche va sûrement perdre les prochaines élections. Si la gauche perd les prochaines sélections, certains droits sociaux vont probablement être remis en cause. Donc, certains droits sociaux vont probablement être remis en cause.

Faible (probas combinées). P: Si la gauche perd les élections, certains droits sociaux *seront* remis en cause.

5. S'il s'entraîne beaucoup, Jacques gagnera probablement la course. Il y a de bonnes chances que Jacques s'entraîne beaucoup. Donc, Jacques va gagner la course.

Faible (probas combinées). P: Jacques s'entraîne beaucoup.

6. Dans l'antiquité, la plupart des Grecs étaient des soldats. La plupart des soldats sont violents. Donc, les Grecs de l'antiquité étaient violents.

Faible (probas combinées). P: les soldats grecs étaient [tous] violents.

7. Si je passe chez mon voisin ce soir, nous allons boire un café. Boire du café m'empêche souvent de dormir. Donc, si je passe chez mon voisin ce soir, je ne vais pas dormir.

Fort. P: Si je passe chez mon voisin ce soir, je vais prendre un somnifère, et les somnifères me font

souvent dormir.

8. Fred est rentré de vacances. Si Fred est rentré de vacances, il va sûrement passer nous voir. Donc, Fred va passer nous voir.

Fort. P: Fred s'est cassé une jambe pendant ses vacances; et si Fred a une jambe cassée, il y a peu de chances qui passe nous voir.

Exercice 4.2.

Dites si les arguments ci-dessous sont inductivement forts ou non. Si non, changez une prémisse pour qu'ils le deviennent.

Commentaire: à chaque fois que l'argument est faible, c'est parce qu'il combine des probabilités.

1. L'augmentation du prix des cigarettes devrait faire diminuer la consommation de tabac.
Si la consommation de tabac diminue, il est probable que le nombre de cancers diminuera.
Donc, l'augmentation du prix des cigarettes devrait faire diminuer le nombre de cancers.

Faible. Prémisse modifiée qui le rend fort: L'augmentation du prix des cigarettes fera diminuer la consommation de tabac. (Autre possibilité: Si la consommation de tabac diminue, le nombre de cancers diminuera.)

2. Les prix du vin montent quand la vendange est bonne. Si l'été est chaud, la vendange sera sûrement bonne. Donc, si l'été est chaud, les prix du vin monteront.

Fort.

3. Si tu sors ce soir, tu vas rentrer très tard, et il y a peu de chances que tu lèves tôt demain.
Si tu ne te lèves pas tôt demain, tu risques ne pas être à l'heure à ton rendez-vous.
Donc, si tu sors ce soir, tu ne seras pas à l'heure à ton rendez-vous demain.

Faible. P (par ex): Si tu sors ce soir, tu vas rentrer très tard, et tu ne te lèveras pas tôt demain.

4. Si la pression internationale sur la Syrie augmente, il est probable qu'elle quittera le Liban.
Si la pression internationale sur la Syrie diminue, il est probable qu'elle restera au Liban.
Il y a de bonnes chances pour que la pression internationale sur la Syrie augmente.
Donc, la Syrie quittera le Liban.

Faible. P (par ex): La pression internationale sur la Syrie va augmenter.

5. Dans la plupart des pays où la publicité pour les grandes surfaces est autorisée, le petit commerce est pratiquement mort.

La mort du petit commerce dépeuple les centre-villes.

Donc, si on autorise la publicité pour les grandes surfaces ici, les centres-villes seront dépeuplés.

Discutable. Je propose faible, à cause de «pratiquement»; je lis la première prémisse comme «Dans la plupart des pays où la publicité pour les grandes surfaces est autorisée, il est probable que le petit commerce disparaisse». Prémisse pour le rendre fort: «Dans *tous* les pays ..., il est probable que le petit commerce disparaisse.». Ou : «Dans la plupart des pays ..., le petit commerce disparaît.»

6. Les personnes âgées ont souvent la vue défaillante. On devrait interdire à ceux qui ont la vue défaillante de conduire. Donc, on devrait interdire aux personnes âgées de conduire.

Fort.