

Arguments inductifs, suite

Résumé du cours précédent

Une **conditionnelle** est un **énoncé** de la forme «si... alors», ou d'une forme équivalente. On appelle la condition (ce qui est après le «si») l'**antécédent**, et le conditionné le **conséquent**.

Un argument est **inductif** s'il n'est pas déductif: s'il est possible que la conclusion soit vraie alors que les prémisses sont fausses.

Un argument est **inductivement fort ssi**:

- **il n'est pas valide, mais si les prémisses sont vraies, alors *probablement* la conclusion est vraie.** (définition non technique)
- **il n'est pas valide, mais la probabilité conditionnelle de la conclusion étant données les prémisses est supérieure à $\frac{1}{2}$.**

Remarque: les arguments inductifs sont parfois définis comme «allant du particulier au général», et les arguments déductifs comme «allant du général au particulier». Ces définitions sont erronées.

Exemple d'argument déductif qui va du particulier au général. Socrate est philosophe. Socrate n'est pas fou. Donc, tous les philosophes ne sont pas fous (il est faux que tous les philosophes sont fous).

Exemple d'argument inductif qui va du général au particulier. La plupart des philosophes sont fous. Socrate est philosophe. Donc, probablement, Socrate est fou.

Quatre remarques sur les arguments inductifs:

- comme la validité, la force ne dépend pas de la vérité ou fausseté des prémisses ou de la conclusion
- on s'appuie sur la seule information donnée dans les prémisses
- la probabilité est une affaire de degré, et la force aussi
- la probabilité n'est pas un degré de vérité

Remarques sur les arguments inductifs

On va revoir les remarques du dernier cours.

La force inductive ne dépend pas de la vérité ou de la fausseté des prémisses ou de la conclusion.

Un argument est inductivement fort si *en supposant que les prémisses soient vraies, et en supposant seulement cela, il est probable que la conclusion soit vraie*. La force inductive est, comme la validité, une certaine *relation* entre la vérité des prémisses et la vérité de la conclusion. Elle n'est pas réductible à la vérité des prémisses et/ou de la conclusion.

Ainsi, un argument peut avoir ses prémisses et sa conclusion vraie (et probable) sans être inductivement fort:

Certains américains sont très riches, Bill Gates est américain, donc Bill Gates est très riche.
La plupart des étudiants ne font pas de philo. La plupart des gens qui ne font pas de philo aiment faire la fête. Donc la plupart des étudiants aiment faire la fête.

Comparer ce dernier argument avec:

La plupart des dépressifs ne font pas de philo. La plupart des gens qui ne font pas de philo aiment faire la fête. Donc la plupart des dépressifs aiment faire la fête.

Inversement, un argument peut avoir ses prémisses fausses, et sa conclusion fausse, et pourtant être inductivement fort:

La majorité des péruviens parlent français. (faux)

Georges Bush est péruvien (faux)

Donc (probablement) Georges Bush parle français. (faux)

Pour évaluer la force inductive, on ne s'appuiera que sur l'information donnée dans les prémisses

Par convention, et pour éviter les confusions sur les réponses aux exercices, nous ne jugeons de la force inductive que sur la base des informations fournies dans les arguments (*i.e.* des prémisses explicitement formulées).

Par exemple, on peut penser que l'argument suivant est inductivement fort:

Paul est élève à l'école primaire

Donc (probablement) Paul est mineur

Certes, l'argument donne certes une bonne raison de croire en la conclusion – mais seulement lorsque l'on sait que *la plupart des élèves d'école primaire sont mineurs*. Or nous évaluons les arguments, ici, en tant que logiciens, c'est-à-dire en prétendant ignorer toute autre information que celle donnée dans les prémisses. Donc nous ne considérerons pas cet argument comme inductivement fort.

[Si besoin est, on pourra reformuler le présent point de la façon suivante: cet argument est *matériellement* inductivement fort, mais ne l'est pas *formellement*. Cela signifie que, *de fait*, la vérité des prémisses rend probable la vérité de la conclusion, *mais que cela ne peut être connu d'après la seule forme de l'argument*. De la même façon, on dit que l'argument suivant est *matériellement valide*:

Pierre est un chien.

Donc, Pierre est un mammifère.

En effet, il est impossible que Pierre soit un chien sans être un mammifère. L'argument est donc valide. Mais la validité ne peut pas être connue en regardant la *forme* de l'argument; il faut savoir ce qu'est un chien. Ainsi, les arguments suivants ont la même forme, et ne sont pas valide:

Pierre est un animal de compagnie. Donc, Pierre est un mammifère.

Paul est un vélo. Donc, Paul est un arbre.

Une remarque finale sur le sujet, qu'on développera plus tard: les arguments inductifs qui reposent sur *l'induction* (la généralisation) ne sont jamais formellement forts. Ils ne le sont que matériellement: si de fait, le lever du soleil tous les matins résulte d'une loi de la nature qui rend probable qu'il se lève le lendemain.]

La probabilité est une affaire de degré, la force aussi

Une affirmation peut être **plus ou moins probable**. Si je tire un dé, il n'est pas très probable que je fasse un six. Il est encore moins probable que je fasse deux six en lançant le dé deux fois de suite. Il est encore moins probable que je fasse trois six de suite. Etc.

On peut codifier les probabilités en assignant à une information un nombre entre 0 (il est certain que c'est faux) et 1 (il est certain que c'est vrai).

De même, la force des arguments inductifs est affaire de degré. Par exemple:

99 étudiants sur 100 ont un emprunté un livre a la bibliothèque cette année.

Pierre est étudiant.

Donc, (probablement) Pierre a emprunté un livre cette année.

98 étudiants sur 100 ont un emprunté un livre a la bibliothèque cette année....

etc.

On codifie cela en disant qu'un argument inductif est fort lorsque la **probabilité conditionnelle** de la conclusion étant données les prémisses est supérieure à $\frac{1}{2}$.

La probabilité n'est pas un degré de vérité.

On pourrait penser que, mais on ne **doit pas** penser que, une probabilité de 1 = vérité et une

probabilité de 0 = fausseté, et une probabilité intermédiaire = une vérité partielle, ou un degré de vérité.

Soit l'argument suivant, par exemple:

Le nouveau chef de service s'appelle «James Taylor».

Donc, (probablement), il est anglais.

La conclusion est probable. Cela ne signifie pas qu'il est *partiellement vrai que James Taylor est anglais*. James Taylor n'est pas «à 66% anglais»; ou bien il est anglais, ou bien il ne l'est pas. Cela signifie seulement qu'il est *probable qu'il est vrai que James Taylor est anglais*.

De même, si je dis qu'il est probable que Jean ait son bac, je ne veux pas dire que Jean aura à moitié son bac. Etc.

Que signifient donc les probabilités de 0 et de 1? Une probabilité de 0 signifie qu'il n'y a pas de chance que l'affirmation soit vraie, = qu'il n'est absolument pas probable que l'affirmation soit vraie, = il est impossible que l'affirmation soit vraie = il est certain qu'elle fausse. Cela entraîne certes que l'affirmation est fausse; mais la probabilité nulle ne se réduit pas pour autant à la fausseté. De même pour la probabilité de 1.

Correction des exercices

Exercice 3.1.

Dites si les arguments sont valides ou non. Si oui, dites pourquoi. Si non, donner un contre-exemple.

Commentaire général: comment répondre à la question «pourquoi cet argument est valide?» ? En montrant/disant qu'il remplit les conditions pour la validité (celles qui sont données par la définition), à savoir qu'il est impossible que la conclusion soit fausse alors que les prémisses sont vraies. *Je ne veux pas voir des réponses du genre:* il est valide parce que c'est un modus ponens. Il est valide parce qu'il est de la forme «Tout A est B, C est A,...», etc. Le fait qu'un argument ait telle ou telle forme *en lui-même, n'a rien à voir avec la validité*. Il arrive souvent, certes, qu'il suffise de voir la forme de l'argument pour savoir qu'il est valide: «Tous les zorlgs sont des poats, Fred est un zorlg, donc Fred est un poat». Mais *la validité n'est pas une forme*, c'est le fait que la vérité de la conclusion soit garantie par la vérité des prémisses.

1. Ou bien Antoine joue au foot ou bien il joue au rugby. Antoine ne joue pas au foot. Donc, Antoine joue au rugby.

Valide. Il est impossible que les prémisses soient vraies et la conclusion fausse. (Vous pouvez ajouter: si la conclusion est fausse (Antoine ne joue pas au rugby), et la second prémisses vraie (Antoine ne joue pas au foot), alors la première prémisses (Ou bien Antoine joue au foot ou bien Antoine joue au rugby) ne peut pas être vraie. Donc il est impossible que les prémisses soient vraies et la conclusion fausse.)

2. Antoine va faire une tarte ou il va faire un flan. Donc, il va faire un flan.

Non valide. Contre-exemple: Antoine fait une tarte et ne fait pas de flan. Dans ce cas, les prémisses sont toutes vraies mais la conclusion fausse.

3. On ne boit du whisky que si on a plus de 18 ans. Antoine a plus de 18 ans. Donc, il boit du whisky.

Non valide. Contre-exemple: Antoine a plus de 18 ans et ne boit pas de whisky. Les prémisses sont vraies et la conclusion fausse.

4. Tout animal qui a des reins a un coeur. Tous les animaux n'ont pas de reins. Donc, tous les animaux n'ont pas de coeur.

Non valide. Contre-exemple: Tous les animaux ont un coeur, mais seuls certains ont des reins. Alors il est vrai que tout animal qui a des reins a un coeur, et que tous les animaux n'ont pas de reins. Les prémisses sont vraies, mais la conclusion est fausse.

5. Jacques a mangé du steak ce midi. Donc, Jacques a mangé ce midi.

Valide. Impossible que la prémisse soit vraie et la conclusion fausse. (si la conclusion est fausse, la prémisse doit être fausse aussi).

6. Tout le monde aime quelqu'un. Donc, quelqu'un est aimé de tout le monde.

Non valide. Contre-exemple: Pierre aime Marie mais ne s'aime pas lui-même, Marie aime Pierre mais ne s'aime pas elle-même. Dans cette situation, tout le monde aime quelqu'un, mais personne n'est aimé de tout le monde.

7. Il y a du mal dans le monde. Si Dieu existait, il n'y aurait pas de mal dans le monde. Donc, Dieu n'existe pas.

Valide. Si la conclusion est fausse (Dieu existe) et la seconde prémisse est vraie (Si Dieu existait, il n'y aurait pas de mal dans le monde), alors la première prémisse ne pourrait pas être vraie. Il est donc impossible que les prémisses soient vraies et la conclusion fausse.

8. Tous les empereurs romains antérieurs à Constantin étaient païens. Jules César était un empereur romain. Donc, Jules César était païen.

Non valide. Contre-exemple: Jules César est *postérieur* à Constantin et n'est pas païen, et tous les empereurs romains antérieurs à Constantin sont païens. Dans cette situation, les prémisses sont vraies et la conclusion fausse. *Commentaire:* cette situation, bien sûr, n'est pas la situation réelle: en fait, Jules César est antérieur à Constantin. Mais la situation, quoique fausse, est *possible*. Et donc, il est *possible* que les prémisses soient vraies et la conclusion fausse. Donc, l'argument n'est pas valide. *Mais qu'avons-nous à faire de situations possibles imaginaires? Quelle importance que la conclusion ne soit pas garantie dans des situations qui, de toute façon, n'existe pas?* Eh bien, ce que la situation imaginaire qui sert de contre-exemple montre est que les prémisses de l'argument *ne suffisent pas* à établir la conclusion. Et en construisant le contre-exemple, on trouve la prémisse manquante: Jules César est antérieur à Constantin.

Autre contre-exemple: Jules César n'est pas un empereur romain. (et donc, autre prémisse manquante pour rendre l'argument valide.)

9. Si Antoine et Bruno arrivent en retard, Cédric va se fâcher. Antoine arrive en retard. Bruno arrive en retard. Donc, Cédric va se fâcher.

Valide. Impossible que la conclusion soit fausse et les prémisses vraies. (ou: si la deuxième et la troisième prémisses sont vraies, et la conclusion fausse, alors il n'est pas possible que la première prémisse soit vraie.)

10. Si Antoine et Bruno arrivent en retard, Cédric va se fâcher. Antoine arrive en retard. Bruno n'arrive pas en retard. Donc, Cédric ne va pas se fâcher.

Non valide. Contre-exemple: Antoine arrive en retard, Bruno non, et Cédric va se fâcher. (Autre formulation: Si Antoine arrive en retard, Cédric va se fâcher. Antoine arrive en retard. Bruno n'arrive pas en retard. Cédric va se fâcher.) Dans ce cas, les prémisses sont toutes vraies, mais la conclusion est fausse. *Commentaire:* la première prémisse dit que *si Antoine et Bruno arrivent en retard*, Cédric va se fâcher. Elle ne dit pas que Cédric va se fâcher *seulement si Antoine et Bruno arrivent en retard*.

Exercice 3.2. arguments déductifs et inductifs

ites si les arguments suivants sont déductivement valides, ou inductivement forts.

1. La plupart des étudiants savent jouer aux échecs. François est étudiant. Donc, François sait jouer aux échecs.

Inductivement fort. Si les prémisses sont vraies, il est probable, mais non nécessaire, que la conclusion soit vraie.

2. Tous les oiseaux volent. Les autruches sont des oiseaux. Donc, les autruches volent.

Déductivement valide. Il est impossible que la conclusion soit fausse si les prémisses sont vraies.

3. La gauche a de bonnes chances de passer aux prochaines élections. Quand la gauche a de bonnes chances de passer aux prochaines élections, l'extrême droite a de mauvais résultats. Donc, l'extrême droite aura de mauvais résultats aux prochaines élections.

Déductivement valide. Il est impossible que la conclusion soit fausse si les prémisses sont vraies.

Commentaire: le fait qu'on mentionne «les bonnes chances» de la gauche n'est pas suffisant pour rendre l'argument valide. Comparer avec:

La gauche a de bonnes chances de passer aux prochaines élections. Quand la gauche gagne des élections, l'extrême droite a de mauvais résultats. Donc, probablement, l'extrême droite aura de mauvais résultats aux prochaines élections.

4. Les supporters du PSG vont sûrement se battre dans le stade. A chaque fois que les supporters du PSG se battent dans le stade, il y a des blessés graves. Donc, il va y avoir des blessés graves.

Inductivement fort. 1) L'argument n'est pas valide: on peut imaginer que la première prémisse soit vraie, mais que de fait les supporters ne se battent pas et qu'il n'y a pas de blessés graves. Il est donc possible que les prémisses soient vraies et la conclusion fausse. 2) Néanmoins, si les prémisses sont vraies, il est probable que la conclusion est vraie.

5. Les français sont souvent sans gêne. Tous les parisiens sont français. Donc, les parisiens sont sans gêne.

Inductivement fort. Il est possible que les prémisses soient vraies et la conclusion fausse (si, par exemple, les parisiens sont des français exceptionnellement polis). L'argument n'est donc pas valide. Néanmoins, si les prémisses sont vraies, il est probable que la conclusion soit vraie.

6. S'il est probable qu'il pleuve, alors il est probable que les champignons vont pousser. S'il est probable que les champignons vont pousser, les cueilleurs vont arriver. Or il est probable qu'il pleuve. Donc, on va voir venir des cueilleurs.

Déductivement valide. Il est impossible que la conclusion soit fausse et les prémisses vraies. (Si la troisième prémisse et la première sont vraies, alors il est probable que les champignons vont pousser. Si la seconde est vraie, alors les cueilleurs vont venir. Il est impossible que la conclusion soit fausse). *Commentaire:* bien qu'on mentionne des probabilités, l'argument est valide. Comparer avec:

S'il pleut, alors les champignons vont pousser. Si les champignons poussent, les cueilleurs vont arriver. Or il est probable qu'il pleuve. Donc, probablement, les cueilleurs vont arriver.

Exercice 3.3. arguments inductivement forts ou non.

Commentaire général: souvenez-vous qu'on ne juge *que* sur la base des prémisses explicites.

1. La plupart des magasins qui sont ouverts le lundi sont fermés le dimanche. Le boulanger est ouvert le lundi. Donc (probablement) le boulanger ferme le dimanche.

Inductivement fort.

2. Antoine est un bon basketteur. Donc (probablement), Antoine s'entraîne beaucoup au basket.

Inductivement faible.

3. Antoine aime le bricolage. Les amateurs de bricolage sont souvent forts en maths. Donc (probablement) Antoine est fort en math.

Inductivement fort.

4. La plupart des magasins qui sont ouverts le lundi sont ouverts le mardi, et la plupart de ceux qui

sont ouverts le mardi sont ouverts le mercredi. Le boulanger est ouvert le lundi. Donc (probablement) le boulanger est ouvert le mercredi.

Inductivement faible. Commentaire: deux probabilités indéterminées qui se combinent sont insuffisantes. (Voir explication dans le cours d'aujourd'hui.)

5. Bénédicte habite à Marseille depuis longtemps. Bénédicte aime se promener en ville. Donc, Bénédicte connaît bien Marseille.

Inductivement faible. L'argument n'est fort que si on présuppose une prémisse comme: «la plupart des gens qui aiment se promener en ville connaissent bien leur ville.»

6. Les étudiants en philo prennent souvent l'option histoire de l'art. La plupart des étudiants qui prennent l'option histoire de l'art sont des filles. Donc, la plupart des étudiants en philo sont des filles.

Inductivement faible. Autre cas de deux probabilités indéterminées qui se combinent.

7. Si François vient à la fête, alors, probablement, Sophie viendra avec lui. François viendra à la fête. Donc (probablement), Sophie viendra à la fête.

Inductivement fort.

8. Si François vient à la fête, alors Sophie viendra avec lui. Mais François ne viendra probablement pas à la fête. Donc (probablement), Sophie ne viendra pas à la fête.

Inductivement faible. Si les prémisses sont vraies, la conclusion n'est ni plus probable ni moins probable. (La première prémisse nous dit que si François venait, probablement Sophie viendrait; elle ne dit ce qu'il en est si François ne vient pas. Comparer: «Probablement, Sophie ne viendra que parce que François viendra.»)

Arguments inductifs, suite

Les arguments inductifs sont non monotones

Un argument est inductivement fort lorsque les prémisses nous donnent des informations qui rendent probable que la conclusion est vraie plutôt que fausse. Mais il arrive que de nouvelles informations changent la probabilité qu'on accorde à la conclusion.

Exemple:

1. Fred est riche.
2. La plupart des riches ont des parents riches.
- Donc (probablement) Fred a des parents riches.

L'argument est inductivement fort. Maintenant:

1. Fred est riche.
2. La plupart des riches ont des parents riches.
3. Fred a récemment gagné beaucoup d'argent au loto. (Et: la plupart de ceux qui gagnent beaucoup d'argent au loto n'ont pas des parents riches)
- Donc (probablement) Fred a des parents riches.

L'argument n'est plus inductivement fort. Maintenant:

1. Fred est riche.
2. La plupart des riches ont des parents riches.
3. Fred a récemment gagné beaucoup d'argent au loto. (Et: la plupart de ceux qui gagnent beaucoup

d'argent au loto n'ont pas des parents riches.)

4. Fred a toujours eu des domestiques. (Et: la plupart de ceux qui ont toujours eu des domestiques ont des parents riches.)

- Donc (probablement) Fred a des parents riches.

On dit que **les arguments inductifs sont non-monotones**: ajouter une ou plusieurs prémisses peut rendre fort un argument faible, ou faible un argument fort.

Inversement, les arguments déductifs sont **monotones**: **si un argument est déductivement valide, ajouter une ou plusieurs prémisses ne peut pas le rendre non-valide.**

Exemple:

1. Si Pierre ne vient pas, Marie sera fâchée.

2. Pierre ne vient pas.

- Donc, Marie sera fâchée.

On peut rajouter des prémisses:

3. Paul viendra pour consoler Marie.

4. Marie est de bonne humeur en ce moment.

5. En général, Marie ne se fâche pas quand Pierre ne vient pas.

Ces prémisses ne rendent pas l'argument non-valide. (Au mieux, ces prémisses peuvent suggérer que la première prémisse («Si P ne vient pas, M sera fâchée») est fausse; mais cela n'empêche pas l'argument d'être valide.)

Deux probabilités indéterminées combinées s'affaiblissent

Est-ce que l'argument suivant est inductivement fort?

La plupart des habitants de Paris sont français

La plupart des français sont malpolis

Béatrice habite Paris.

Donc (probablement) Béatrice est malpolie.

Autre exemple:

La plupart des étudiants en philo sont des hommes

La plupart des hommes aiment se battre

Fred est un étudiant en philo

Donc Fred aime se battre.

Si vous pensez que oui, remplacez «aiment se battre» par «détestent la philo».

Ces arguments ne sont pas forts, parce qu'en **combinant deux probabilités indéterminées, on obtient un argument faible.**

En général, les probabilités combinées s'affaiblissent:

51% des petits commerces parisiens sont des boulangeries

51% des boulangeries sont ouvertes le dimanche matin

Donc, ?! 51% des commerces parisiens sont ouverts le dimanche matin ??

La seule conclusion garantie est plus faible:

Donc, 25% des commerces parisiens sont ouverts le dimanche matin.

(Remarque: l'argument ci-dessus reste inductif. Il est simplement probable que 25% des commerces parisiens soient ouverts le dimanche matin, vu les prémisses. En effet, la seconde prémisse dit seulement qu'*en général*, les boulangeries sont ouvertes le dimanche matin. Mais cela n'empêche pas, par exemple, que les boulangeries *parisiennes*, elles, fassent exception, et soit toutes ouvertes le dimanche matin, ou l'inverse.)

Si les probabilités étaient plus élevées, on aurait un argument plus fort:

90% des animaux de compagnie sont des chiens ou des chats.

90% des chiens ou chats ont des poils.

Donc (probablement) 81% des animaux de compagnie ont des poils.

Mais lorsque les prémisses sont des probabilités indéterminées («la plupart», «la majorité», «souvent», «probablement»...), on doit seulement supposer que la probabilité ou la proportion concernée est supérieure à 0,5.

La nature de la probabilité

Qu'est-ce que la probabilité? Qu'est-ce que cela signifie de dire que, par exemple, j'ai une chance sur six de faire un six en lançant un dé maintenant?

On peut dire cela en trois sens; tous possibles, et distincts les uns les autres:

- *fréquence*: sur tous les lancers de dés similaires, en moyenne, un lancer sur six a donné un six. (Plus précisément, on parle de fréquence relative: par rapport à l'ensemble des lancers de ce dé, un lancer sur six de cet ensemble a donné un six.)
- *propension*: la situation particulière dans laquelle nous sommes ici et maintenant *tend à produire un six*, mais sans que cette tendance garantisse le résultat. La situation présente tend à produire un six avec une force de 1 sur 6. (La propension est une causalité non déterministe.)
- *crédence (degré de croyance)*: étant donné ce qu'on sait sur le dé et la situation, il est raisonnable d'accorder un degré de croyance de 1 sur 6 à l'affirmation qu'il va donner un 6.

Les deux premières sont des probabilités objectives, la dernière une probabilité subjective.

Ces trois probabilités peuvent avoir des valeurs différentes. Exemple: la dé n'est pas pipé; mais il a fait 9 fois six dans les 10 derniers lancers (sans que je le sache), et je sais que le dé appartenait à un grand tricheur dont la plupart des dés étaient pipés pour faire des trois. Soit p = je vais faire un six. Il est raisonnable pour moi de croire que 3 a plus de chances de sortir que 6: donc ma crédence en p est inférieure à $1/6$. La fréquence relative de 6 est, au contraire, plus élevée que $1/6$ (elle est de $9/10$). Enfin, le dé n'étant pas pipé, sa propension présente à faire 6 est de $1/6$.

Le mystère qui est lié à la probabilité est que 1) *ces trois notions obéissent aux mêmes règles*. Il y a un ensemble de lois mathématiques qu'on appelle théorie de la probabilité, et qui s'appliquent aux trois notions. C'est pourquoi on dit de chacune que c'est une probabilité. 2) *les trois valeurs tendent à se rapprocher*. En augmentant le nombre de lancers, la fréquence doit tendre à être identique à la propension. (Si le dé n'est vraiment pas pipé, alors il a fait beaucoup de six par accident, et en agrandissant le nombre de lancers on doit se rapprocher d'une moyenne de une fois sur six.) En accroissant notre connaissance, le degré de croyance doit se rapprocher de la propension. Si je savais tout (en particulier, que le dé n'est pas pipé), alors je devrais accorder un degré de croyance exactement égal à la propension: le dé a une chance sur six de faire six, donc j'y crois à $1/6$.

Le mystère est: pourquoi ces valeurs tendent à converger? Les philosophes ont essayé d'y répondre, généralement en expliquant que deux des notions sont dérivées de la troisième.

Le problème de l'induction